拓扑优化基于改进的DoubleU-Net模型使用4种结构数据集*

李顺[1]　白期风[1]　林楠铠[1]　曾培健[1]　阳爱民[*,1,2]　林江豪[*,3]
[1]（广东工业大学计算机学院 广州 510000）
[2]（岭南师范学院　湛江 524000）
[3]（广东工业大学自动化学院　广州 510000）

摘要

拓扑优化广泛应用于工程设计阶段，通过数学建模和优化设计空间中材料的分布来最大化产品性能。然而，解决拓扑优化问题的深度学习存在数据不足和训练模型边界条件适应性弱的问题。 因此，采用基于 Topy 库的数据样本生成方法，生成了随机结构、悬臂梁、连续梁和简支梁四种边界条件的 400,000 个二维样本，每种包含两类分辨率数据，并揭示了这一点数据集。提出了一种改进的 DoubleU-Net 网络，用于实时高精度预测的拓扑优化。在生成的数据集中，随机梁、悬臂梁、连续梁和简支梁四种结构模型的平均 IoU 精度分别为 93.26%、96.71%、96.35%和 97.38%，实验结果表明 DoubleU-Net 可以更好地适应不同分辨率的数据。使用随机结构数据集训练的模型泛化能力强，在大型项目实时结构优化方面具有巨大潜力。

关键词：拓扑优化，深度学习，数据生成，DoubleU-Net

Topology optimization based on improved DoubleU-Net using 4 structured datasets

Li Shun[1]　Bai Qifeng[1]　Lin Nankai[1]　Zeng Peijian[1]　Yang Aimin[*,1,2]　Lin Jianghao[*,3]
[1](School of Computer science Guangdong University of Technology,Guangzhou 510000,China)
[2] (School of Computer Science and Intelligence Education Lingnan Normal University,Zhanjiang 524000,China)
[3] (School of Automation Guangdong University of Technology,Guangzhou 510000,China)

Abstract

Topology optimization is widely used in the engineering design phase to maximize product performance by mathematically modeling and optimizing the distribution of materials in the design space. However, deep learning to solve the topology optimization problem suffers from insufficient data and weak adaptability of the training model boundary conditions. Therefore, a Topy library-based data sample generation method is used to generate 400,000 2D samples of four types of boundary conditions for random structures, cantilever beams, continuous beams and simply supported beams, each containing two types of resolution data, and to expose this dataset. An improved DoubleU-Net network is proposed for topology optimization with high accuracy prediction in real time. In the generated dataset, the average IoU accuracies of the models for four structures, namely, random beam, cantilever beam, continuous beam and simply supported beam, are 93.26%, 96.71%, 96.35% and 97.38, respectively, and the experimental results show that DoubleU-Net can better adapt to different resolution data. The model trained with the random structure dataset

*本文系广东省重点领域研发计划项目"国产化结构动力学 CAE 软件"(项目编号:2021B0101190004)的研究成果之一

has strong generalization ability and has great potential for real-time structural optimization in large-scale projects.
Keywords: Topology optimization，Deep Learning，Data generation，DoubleU-Net

1 引言

拓扑优化是一种结构优化方法，旨在通过调整材料分布和布局，找到给定设计空间内的最佳结构形状和材料分布[1, 2]。该过程可以在满足性能要求的同时，实现减轻重量、提高强度以及材料利用效率最大化[3]。拓扑优化也广泛应用于工程设计[4]、材料科学[5]、航空航天[6]等领域。

随着人工智能和有限元分析方法的发展，拓扑优化已经成为主流的优化方法。现有主要的拓扑优化方法，如 SIMP（具有惩罚的固体各向同性材料）[7, 8]，均质化（HDM）[9]，水平集（LST）[10, 11]，进化[12]，MMTO（多材料拓扑优化）[13]，MMC（移动可变形组件）[14]、多组件[15]、Jaya 算法[16]等方法，它们能够根据约束条件和优化目标使结构符合实际工程需要。工程结构的日益复杂化，结构的单元数量激增，拓扑优化算法的计算成本倍增，严重阻碍了精细化、实时化的拓扑优化设计与应用。为此，Liao 等人[17]提出拓扑优化的三重加速方法。Li 等人[18] 提出了一种可扩展的方法，用于显著加速拓扑优化仿真中的收敛。Jang 等人 [19]提出优化设计空间，基于固定网格的拓扑，提高了计算精度的同时能有效节约计算成本。但这些方法仍然有共同的缺陷，它们通常在初始设计的基础上进行迭代计算，以逐步改进结构的形状，每次改进都是基于当前设计状态的局部信息，容易陷入局部最优解。且每次迭代都需要重新进行有限元分析来评估设计的性能，这种迭代计算过程需要大量的计算资源和时间，特别是对于复杂的结构和大规模问题，计算成本往往非常高。

随着深度学习技术的发展，为拓扑优化研究提供了新方法。如 Sosnovik 等人[20]首次将深度学习模型引入拓扑优化。使用 CNN 来直接预测拓扑优化结构，省去中间迭代计算步骤，减少了总的时间消耗。Zheng 等人[21]构建了一个 U-Net[22]网络来训练数据集，该网络可以在无需优化迭代和有限元分析的情况下获得最优配置。Wang 等人[23]提出了一种具有可感知泛化能力的深度卷积神经网络，该方法可以降低 SIMP 方法的计算成本。Zhang 等人[24]使用分层深度学习神经网络计算拓扑优化中的有限元分析，通过节点坐标优化显著降低了计算成本。Hao 等人[25]提出了一种基于深度神经网络的参数化水平集拓扑优化算法，以实现拓扑配置多样性。Ye 等人[26]介绍了条件生成对抗神经网络用于解决交叉分辨率拓扑优化问题，并利用神经网络加速迭代过程。Yu 等人[27]使用 CNN 来加速 SIMP 拓扑优化方法和生成对抗网络（GAN）来建立低分辨率和高分辨率拓扑优化结果之间的映射关系。Wang 等人[28]使用深度学习方法进行了现代复合材料结构配置的优化设计，以便快速生产具有高效结构配置的轻质材料。Yan 等人[29]出了一种从初始应力（LIS）中预测拓扑优化，减少了数据集要求条件，大大提升了拓扑优化速度。Kapania 等人[30]使用 Unet[22]和 Unet++[31]模型预测最佳的拓扑结构，采用使用商业有限元分析软件生成输入和输出数据。

同时，一些学者对深度学习模型进行了改进，以提高优化效果。Ates 等人[32]提出了一种两阶段网络模型，以提高深度神经网络拓扑优化的预测性能。Nie[33]提出了一种新的数据驱动的 TopologyGAN 模型，它利用在原始的未优化的材料域上计算的各种物理场作为输入，进一步提高了整体精度。Wang 等人[34]提出了一种改进的 U-Net 模型（Cba-U-Net），用于拓扑优化配置预测，实时获取拓扑配置。

Jeong 等人[35]提出了一种基于物理信息神经网络的拓扑优化框架，采用基于能量的 PINN 来代替传统结构拓扑优化中的有限元分析（FEA）。

现有深度学习方法在优化效率上取得了一定的效果，但深度神经网络通过构建深层次的网络来学习大量数据中的深层语义信息，需要大量的高质量训练数据，才能满足大规模参数的学习，避免模型过拟合等问题。然而，现有拓扑优化领域数据少，且边界条件单一，未发现有高精度结构数据集可用于模型训练。另外，通过深度学习方法解决拓扑优化问题，边界条件的适用性弱，一旦边界条件改变，模型预测效果会大大降低，从新训练模型的数据要求高、时间成本高昂，成为了该领域研究需要解决的难题。为此，我们基于 SIMP 方法生成 4 种不同边界条件和 2 种不同分辨率数据集用于深度学习训练，解决数据集不足问题。采用改进的 DoubleUnet 模型用于拓扑优化领域，以其强大的泛化能力解决边界适应性弱问题。主要贡献可以总结如下:

1. 我们使用 Topy 库基于随机结构，悬臂梁，连续梁，简支梁这 4 种边界条件和不同分辨率下生成了 40 万个 2D 样本。每种结构各 10 万个，其中低分辨率（32*64）和高分辨率（64*128）的样本数各 5 万，共有 70GB 的数据，属于目前结构种类最丰富、样本数最多的拓扑优化研究数据集，并在 github 上开源了该数据集：https://github.com/BigDLishun/Topology-Optimization-Dataset。
2. 本文也提出了一种改进的 Double-U-Net 卷积神经网络模型，实现了精确和实时的拓扑优化结构预测，在不同结构数据集上都取得最好的效果，且不会因为分辨率影响模型效果。
3. 探索了不同结构和精度的数据集对实验结果的影响，通过实验 4 种数据训练的模型在 4 种不同边界数据的泛化能力，证明了使用随机结构数据集训练可以获得优秀的泛化能力，在大型工程实时结构优化中具有巨大的应用潜力。

2 数据生成

2.1 基于 SIMP 的拓扑优化

拓扑优化中最常用的方法是固体各向同性材料惩罚[7, 8]，它是一种连续密度拓扑优化方法。连续密度拓扑优化的研究已相对成熟，SIMP 也被应用于许多商用优化软件中。

SIMP 方法在待优化的设计域内定义一个有限元网格，其中每个单元都有与之相关的密度变量。SIMP 方法是基于连续密度变量 ρ 进行优化，通过使用一个惩罚函数，使得所有的中间密度单元最后趋向 0 或者 1。为了确保有限元分析的数值稳定性，ρ_{min} 是允许的最小相对密度值。

最常见的目标函数就是最大化结构的整体刚度或在指定质量减少约束下最小化结构的全局合规性。优化算法通过迭代过程来调整解析元素密度，以实现结构全局合规性的最小化。

$$\min C(\{\rho\}) = \sum_{x=1}^{N} (\rho_x)^p [d_x]^T [K_x][d_x] \tag{1}$$

$[d_x]$ 是元素 x 的节点位移向量，$[K_x]$ 是元素 x 的刚度，且向量 $\{\rho\}$ 包含元素的相对密度 ρ_x。

2.2 基于 SIMP 的生成数据集

在数据集部分，我们使用 CPU 进行生成。在模型训练部分，我们使用 Pytorch 框架在 GPU 上面进行训练。实验所用配置为 CPU：Intel(R)-Xeon(R)-Gold-6230R CPU 2.10GHz，GPU: NVIDIA A100_PCIE-40GB， Python 版本：3.8.8， pytorch 框架：torch-1.9.0+cu111。

目前在拓扑优化领域，常用的生成数据集工具有三种，如表 1 所示，1，使用 CAE 软件（例如 Abaqus）进行真实仿真实验生成数据集，但时间和软件操作成本较高；2，使用 MATLAB 进行仿真实验生成数据集，时间和操作成本相比真实仿真实验减少很多，但是不方便批量生成数据集；3，使用 python Topy 包，里面集成了 CAE 仿真分析 SIMP 算法，可用于拓扑优化最小合规性，热传导，mechanism design 问题，可以节省了解先验知识的时间，且操作相对前面两种方法更简单便捷，适合生成大规模数据集。以前的文献中使用数据较少，且边界条件单一，没有考虑不同分辨率数据对模型影响，这导致模型难以获得最佳结果。目前公开的数据集数量也较少，例如，Sosnovik et al.[20]使用 10000 个 40*40 分辨率的随机结构数据集来训练 CNN 模型，模型所取得的效果有限。Nie et al.[33] 使用 49078 个 64*128 分辨率的悬臂梁利用 TopologyGAN 模型进行训练，在悬臂梁上取得了较好效果，但边界条件相对单一。一些学者训练过程中使用数据增强方法将数据扩充，然而，扩充的数据并非真实数据，其作用不一定总是积极的。不恰当的数据增强可能产生负面影响。

表 1 不同工具产生数据和数据集详情比较

References	Model	Tool	Application
Sosnovik et al.[20]	CNN	ToPy	10000 个随机结构
Yu et al.[27]	CNN and GAN	MATLAB	100000 个悬臂梁
Nie et al.[33]	TopologyGAN	ToPy	49078 个悬臂梁
Behzadi et al.[36]	GAN	MATLAB	12500 个随即结构
Wang et al.[23]	Unet	MATLAB	80000 个悬臂梁
Seo et al.[30]	Unet	Abaqus	12500 垂直定向结构
Wang et al.[34]	Cba-U-Net	MATLAB	3190 个 MBB 梁

因此，我们使用一个名为 ToPy[37]的基于 SIMP 方法的拓扑优化框架来生成数据集。我们分别在随机结构，悬臂梁，连续梁，简支梁这 4 种边界条件下生成 40W 个 2D 数据集，每种结构各 10W 数据集，其中低分辨率和高分辨率数据各占一半（5W 32*64，5W 64*128），每个数据集都是在随机约束条件下的基于 SIMP 方法得到。总之，我们生成的数据集不仅包含 4 种边界条件，且每种边界都具有两种不同分辨率数据，每种数据为 50000 个。能够分析不同边界条件和分辨率的拓扑优化效果，且数据量也满足模型需要。

3 种工业梁结构数据集固定点边界条件详情如图 1，随机结构为随机挑选节点进行固定,没有固定边界条件。

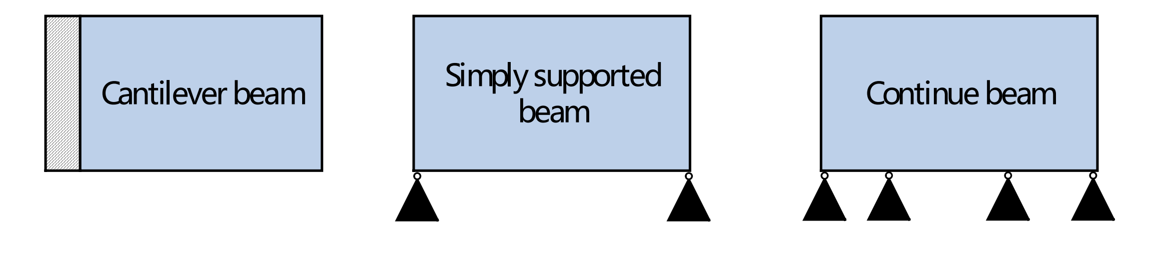


图 1 边界条件图

表 2 数据集详情如下：

数据集参数设置：
• 分辨率: 32*64 and 64*128
• 边界条件：见图 1
• 体积分数：正态分布（0.8，0.1）
• SIMP penalty: 1
• SIMP filter radius: 2
• 力的数量：均匀分布（1，10）
• 载荷位置：边界条件任意位置
• 载荷方向: X+, X−, Y+, Y−
• 迭代次数: 40

基于 SIMP 生成的数据集的详情见表 2，分辨率有 2 种：(32*64)和(64*128)。体积分数是从正态分布（0.8，0.1）中随机选择。SIMP 惩罚系数初始值选择为 1。过滤半径使用 2。力的数量是通过随机函数在（1-10）中随机挑选。载荷位置随机选择初始域中任何节点，其中选择边缘位置的概率为内部位置的 500 倍。力的方向为 X+， X-， Y+， Y- 4 种，最终经过 SIMP 方法 40 次迭代得到最终拓扑优化结果。

图 2 是生成的数据集可视化结果，包含 4 种结构，不同分辨率的图像，高分辨的结构边界情况要比低分辨率的结构要更加细致，精度要高。

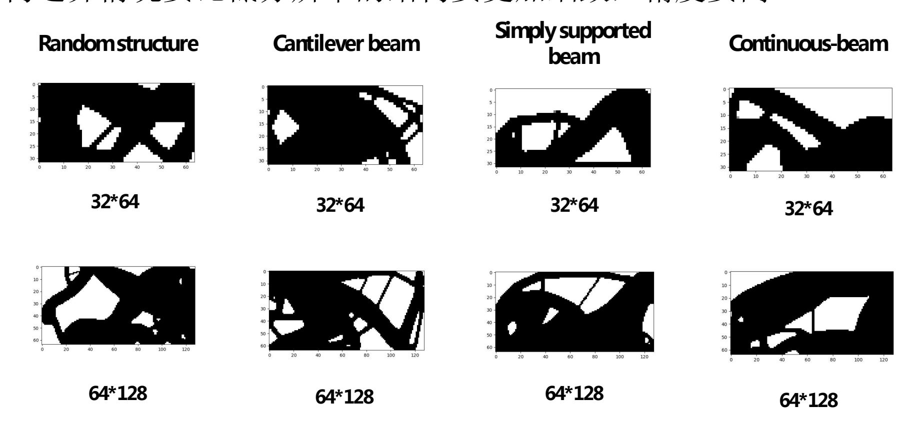


图 2 数据集效果展示

3 提出的方法

3.1 数据生成和模型训练过程

使用 Double-U-net 进行拓扑优化数据生成和模型训练流程如图 3 所示。

（1）数据生成阶段，生成的数据是使用 python 和 Topy 库基于 SIMP 方法产生的。首先定义表示设计域的区域 2D 尺寸,定义域的边界条件。然后使用 ToPy 创建网格化域，并确定网格上边界条件和载荷的位置。SIMP 方法会根据定义的负载和边界条件对结构进行拓扑优化，这是一个迭代优化过程，取第一次迭代优化结果作为输入数据，而最后一次迭代结果作为标签数据。

（2）模型训练阶段，将第一次迭代结果作为输入。在预处理阶段，将图片转化为张量矩阵形式，该矩阵包含了该图像的信息。然后对输入进行归一化，以便后续数据处理方便，其次是保证程序运行时收敛速度加快。将一个批次的张量矩阵导入模型，通过多次迭代学习数据特征，并通过损失函数反向传播更新权重。

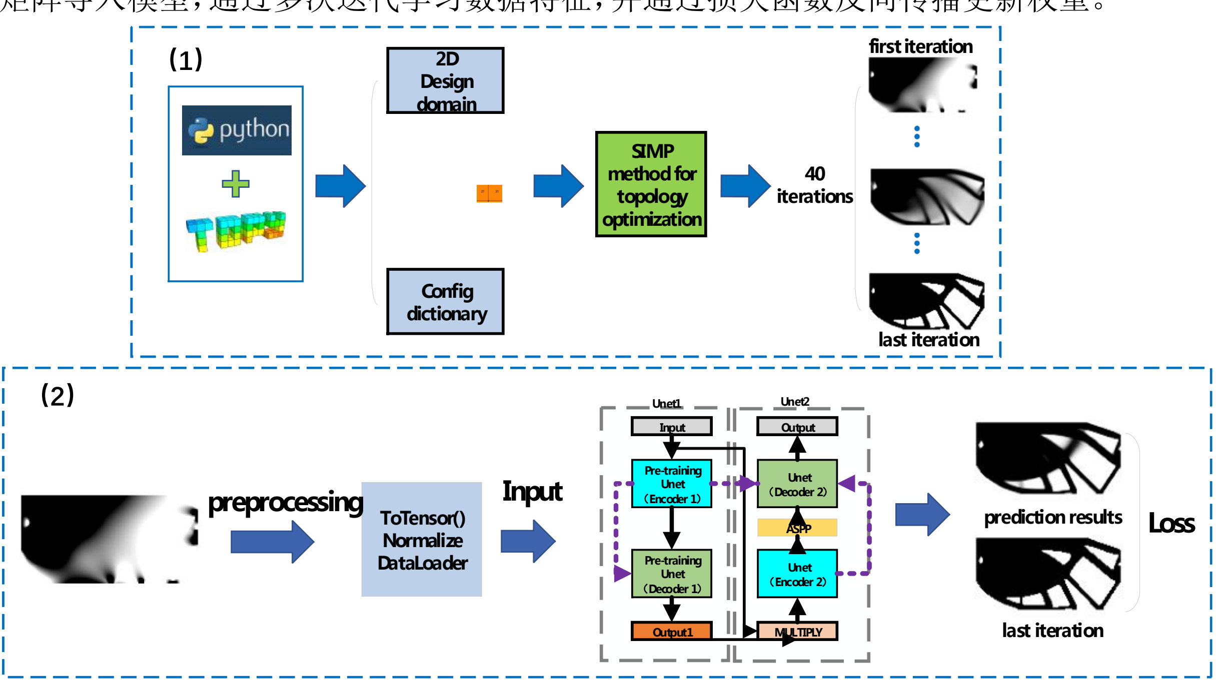


图 3 数据产生和模型训练流程

3.2 改进的 Double-U-Net 网络架构

卷积神经网络作为深度学习中的一个经典网络，尤其是基于编码器-解码器的网络结构在拓扑优化领域取得了显著的成果。在众多编码器-解码器网络结构中，U-Net[22]网络因其出色的性能而受到广泛关注，为拓扑优化问题的求解提供了一种高效、准确的新方法，但在高精度结构表现一般。

首次在用于医学分割的 DoubleU-net[38]模型基础上，提出了一种改进的 Double-U-Net 模型，旨在更好地适应拓扑优化任务，以实现拓扑构型的精确预测和加速，实现实时拓扑优化，并取得了高精度的效果。改进后的 Double-U-Net 网络总体架构如图 4 所示。

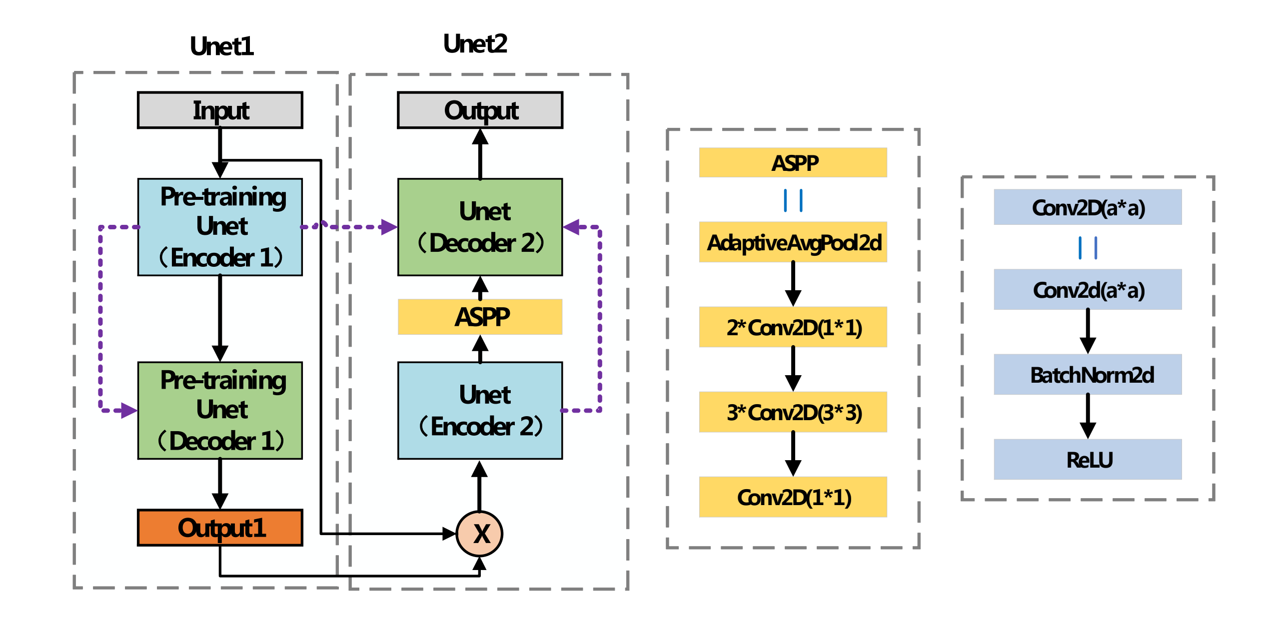


图 4 Double-U-net 体系结构

（1） 预训练模块

在预训练模块中，没有采用常规的预训练编码 VGG16 模型，而是使用 Unet 架构的编码块来代替。Unet 编码器通过多个卷积层逐步提取图像的特征。解码器通过融合来自编码器的信息和跳跃连接信息，利用这些信息恢复图像细节。跳跃连接在 U-Net 中起到了桥梁作用，连接编码器和解码器的对应层。采用拓扑优化训练数据进行预训练，不包含测试数据，这样可以获得更多的关于拓扑优化数据中的有用特征。通过使用预训练模型特征提取，也可以避免重复训练模型，同时也可以提高模型的训练效率。这种方法可以在不显著增加计算量和参数数量的情况下，增强了 Double-U-Net 网络的预测能力。

输入数据经过预训练的 U-Net1 编码和解码部分，得到一个初步预测结果（output1）。然后，将最开始 input 与 Sigmoid(Output1)相乘，使用 Sigmoid 函数将输出全部映射到（0，1），更符合像素值特点。将相乘结果作为 U-Net2 编码输入。因为 Unet1 输出的特征图依旧可以通过再次获取原始输入图像和对应的 mask 进一步进行改进，这也是使用两个 U-Net 得到动机。

（2） 编码模块

在 Eecoder2 中，总共包含四个编码块，每个编码块执行两个 Conv2d 卷积进行上采样操作。输入输出数据格式如下公式所示：

Conv2d: Input, $(N, C_{in}, H_{in}, W_{in})$ Output $(N, C_{out}, H_{out}, W_{out})$

$$H_{out} = \left\lfloor \frac{H_{in} + 2\times p[0] - d[0]\times(k[0]-1)-1}{s[0]} + 1 \right\rfloor \tag{2}$$

$$W_{out} = \left\lfloor \frac{W_{in} + 2\times p[1] - d[1]\times(k[1]-1)-1}{s[1]} + 1 \right\rfloor \tag{3}$$

N 为输入数据批量大小，C_{in} ，C_{out} 为输入，输出通道大小，p为在输入的两侧添加零填充，d内核元素之间的间距，k卷积内核的大小，s 为卷积的步伐，H_{in}, W_{in} ，H_{out}, W_{out} 为输入输出以像素为单位的输入平面的高与宽。

再执行两个 batchnorm2d 归一化操作。归一化有助于减少数据离散程度，使模型更容易学习各个特征的潜在关系，让数据在进行 Relu 之前不会因为数据过大而导致网络性能的不稳定，从而提高模型的泛化性能。

$$batchnorm2d = \frac{x - \mathrm{E}[x]}{\sqrt{\mathrm{Var}[x] + \epsilon}} * \gamma + \beta \tag{4}$$

x 为需要归一化的输入数据，$\mathrm{E}[x]$ 和 $\mathrm{Var}[x]$ 为批量数据的均值和方差，ϵ为防止分母出现零所增加的变量，γ 和 β 为模型的学习参数。

最后，采用 ReLU 激活函数，将非线性引入模型中。

$$relu = \max(0, x) \tag{5}$$

x 为归一化后输入数据。

（3）空洞空间金字塔池化

经过 Encoder2 编码块，将信息输入 ASPP[39],ASPP 通过在不同采样率下应用空洞卷积（dilated convolution）来获取不同尺度的上下文信息。空洞卷积是在标准卷积中引入空洞（dilation）参数，使得卷积核中间间隔一定的像素点进行卷积运算，从而扩大卷积核的感受野，获得更广阔的上下文信息。ASPP 将多个采样率下的空洞卷积结果进行池化操作，获得不同尺度的特征表示，最终将这些特征表示进行拼接或加权融合，得到更全面、更丰富的特征表示。

下图 5 给出正常卷积和空洞卷积对比：

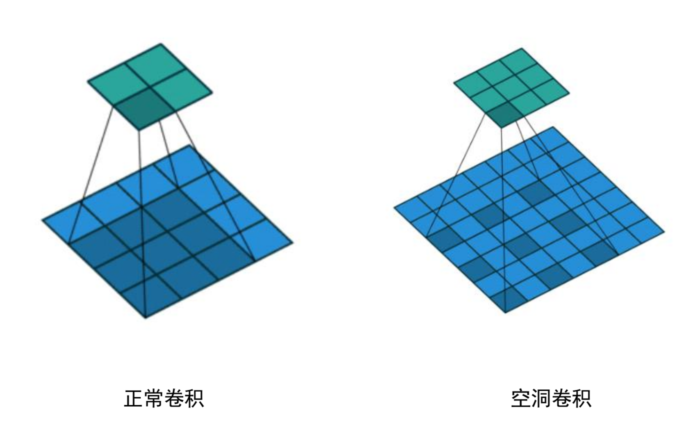


图 5 正常卷积和空洞卷积效果

蓝色为输入，绿色为输出，移动的阴影为卷积核。

（4）解码模块

在 Decoder2 中，使用了来自前面两个编码器的跳跃连接的特征信息和来自 ASPP 处理的输出，其他部分类似与编码器操作，唯一不同的使用 conv2d 进行下采样操作，再次执行两个 conv2d 运算，每个卷积运算之后都是批量归一化，然后是一个 ReLU 激活函数。最终，输入数据上述一系列的卷积、池化和特征融合

操作，就能得到与输入图像具有相同分辨率大小的高精度拓扑优化预测结果。

3.3 损失函数

在 Double-U-Net 模型和 Unet 中，对比了三种不同的损失函数取得的效果，评估了他们的性能，均方误差（Mean Squared Error, MSE），平均绝对误差（Mean Absolute Error, MAE）和结构相似性指数（Structural Similarity Index measure，SSIM）用于评估模型预测结果和实际标签之间的差异。在计算图像输入和标签间的损失时，将图像表示为像素值的矩阵。

MSE 是预测值与实际值之间差值的平方的平均值。对于两个大小相同的图像，其 MSE 可以通过以下公式计算：

$$MSE=\frac{1}{M\cdot N}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}[I_1(i,j)-I_2(i,j)]^2 \tag{6}$$

MAE 是预测值与实际值之间差值的绝对值的平均值。对于两个大小相同的图像，其 MAE 可以通过以下公式计算：

$$MAE=\frac{1}{M\cdot N}\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}\left|I_1(i,j)-I_2(i,j)\right| \tag{7}$$

$I_1(i,j)$ 是输入图像中第 i 行、第 j 列的像素值；$I_2(i,j)$ 是标签图像中第 i 行、第 j 列的像素值；M 和 N 分别是图像的行数和列数。

SSIM 是一种衡量两幅图像结构相似度的值。对于两个大小相同的图像，其 SSIM 可以通过以下公式计算：

$$SSIM(x,y)=[l(x,y)]^{\alpha}[c(x,y)]^{\beta}[s(x,y)]^{\gamma} \tag{8}$$

$$l(x,y)=\frac{2\mu_x\mu_y+C_1}{\mu_x^2+\mu_y^2+C_1} \tag{9}$$

$$c(x,y)=\frac{2\sigma_{xy}+C_2}{\sigma_x^2+\sigma_y^2+C_2} \tag{10}$$

$$s(x,y)=\frac{\sigma_{xy}+C_3}{\sigma_x^2\sigma_y^2+C_3} \tag{11}$$

在实际工程计算中，为了减少计算量，一般简化 SSIM 为

$$SSIM(x,y)=\frac{(2\mu_x\mu_y+C_1)(2\sigma_{xy}+C_2)}{(\mu_x^2+\mu_y^2+C_1)(\sigma_x^2+\sigma_y^2+C_2)} \tag{12}$$

设定 $\alpha=\beta=\gamma=1$，以及 $C_3=C_2/2$。x,y 代表输入图像和标签图像，$l(x,y)$ 是亮度比较，$c(x,y)$ 是对比度比较，$s(x,y)$ 是结构比较，μ_x,μ_y 分别代表 x,y 的平均值，σ_x,σ_y 分别代表 x,y 的标准差，σ_{xy} 代表 x,y 的协方差，而 C_1,C_2,C_3 分别

为常数，避免分母为 0 带来的系统错误。

3.4 评价指标

IOU（Intersection over Union，交并比）是一种常用于评价分割任务中模型的性能指标。在计算机视觉领域，IOU 通常用于衡量预测边界框（bounding box）与真实边界框（ground truth）之间的重叠程度，因为该任务是预测一个真实拓扑优化的图像，使用 IOU 很贴合任务评判标准。IOU 计算公式如下：

$$\mathrm{IoU} = \frac{I_1(i,j) \cap I_2(i,j)}{I_1(i,j) \cup I_2(i,j)} \tag{13}$$

$I_1(i,j)$ 是输入图像中第 i 行、第 j 列的像素值；$I_2(i,j)$ 是标签图像中第 i 行、第 j 列的像素值

4. 结果和讨论

4.1 实验设置

将每个结构的数据集分为训练集，测试集，验证集，各占 80%，10%，10%用来测试，数据集将采用随机取样，测试集和验证机不会用于模型训练。为了评估改进的 Double-U-Net 模型的优化性能，在 4 种数据集上进行了实验预测评估。模型 epoch 为 100，batchsize 为 128，学习率采用动态调整，初始学习率为 0.01，每隔 10 个 epoch 下降 50%学习率。

Table3 各结构训练集，测试集，验证集数量

	Random	Cantilever	Continuous	Simply
Training set	40000	40000	40000	40000
validation set	5000	5000	5000	5000
test set	5000	5000	5000	5000

4.2 random 结构数据集评价效果

在 Random 数据集上，对比 Double-U-Net 和 U-net 模型在两种分辨率（32*64 和 64*128）下的拓扑优化性能，并分析了不同损失函数（MAE、MSE、SSIM）对拓扑优化效果的影响。

实验结果如表 4 所示，对于 32*64 和 64*128 两种分辨率，我们提出的 Double-U-Net 模型相较于 U-net 模型在训练集，测试集，验证集上，均可取得更好的预测效果，平均有 1%-2%的性能提升，可见 Double-U-net 的改进有利于拓扑优化预测任务。在 32*64 分辨率数据集下，Double-U-Net 和 U-net 模型使用 SSIM 损失函数能获得最佳的验证和测试 IOU 指标。然而，在 64*128 分辨率数据集中，U-net 模型在 MSE 损失函数下的训练集、验证集和测试集上都取得了最好的效果，这是令人意外的，另外 MSE 在大多数训练集表现最好，但测试集却不是最佳，存在一定的过拟合情况，

对不同损失函数的不同结果进行分析，可见以 MAE 为损失函数，模型的预测精度最低，是因为其更新的梯度始终相同，不利于模型训练。以 MSE 为损失函数，在训练集表现好，但测试集却中表现不佳，这是由于训练的过拟合导致的。相比而言，SSIM 损失函数可取得最好的效果，这是因为 SSIM 不同于 MAE 和 MSE,它不是衡量绝对误差，它是从亮度，对比度，结构三个角度来衡量损失，更加符合人的直观感受。总体而言，在 Ramdom 数据集中，预测精度表现最好

的 Double-U-Net + SSIM 组合，在 32*64 和 64*128 分辨率数据中，分别可达到最高的测试精度为 92.38%和 93.14%。实验数据表明 SSIM 损失函数更加适合 Double-U-Net 模型，能够取得最佳效果。因此为了实验公平，我们在后面的实验中都选择 SSIM 为模型的损失函数。

Table4 random 结构在不同损失函数不同模型不同分辨率效果对比

Training Dtail			IOU		
Dataset	Model	Loss	Train	Val	Test
Random (32*64)	Unet	MAE	**95.43**	91.60	91.75
	Unet	MSE	95.12	92.14	92.27
	Unet	SSIM	95.27	**92.19**	**92.33**
	Ours	MAE	96.83	93.16	93.34
	Ours	MSE	**98.19**	93.05	93.27
	Ours	SSIM	97.49	**93.22**	**93.38**
Random (64*128)	Unet	MAE	95.39	91.49	91.61
	Unet	MSE	**97.30**	**91.71**	**91.81**
	Unet	SSIM	95.39	91.68	91.74
	Ours	MAE	97.33	92.82	92.88
	Ours	MSE	**98.18**	92.96	93.06
	Ours	SSIM	98.16	**93.04**	**93.14**

我们提出的 Double-U-Net 和 Unet 模型的整体训练在不同损失函数中的损失迭代过程如图 6 所示。可见 Double-U-Net 模型随着迭代次数的增加，相比于 U-net 网络损失函数收敛过程更加稳定。最终 3 种损失函数收敛值如表 5 所示，在经过 100epoch 训练后，Double-U-net 相比于 U-net 在训练集和验证集上损失收敛值都要低，可见 Double-U-Net 在训练集上的拟合程度更好，能够更好的提出数据特征。

Table5 改进的 Double-U-Net 训练损失函数对比。

Model	MAE		MSE		SSIM	
	Training	Validation	Training	Training	Validation	Training
Unet	0.0227	0.0980	0.0067	0.0877	0.1156	0.3620
Double-U-net	**0.0149**	**0.0658**	**0.0048**	**0.0644**	**0.0498**	**0.2568**

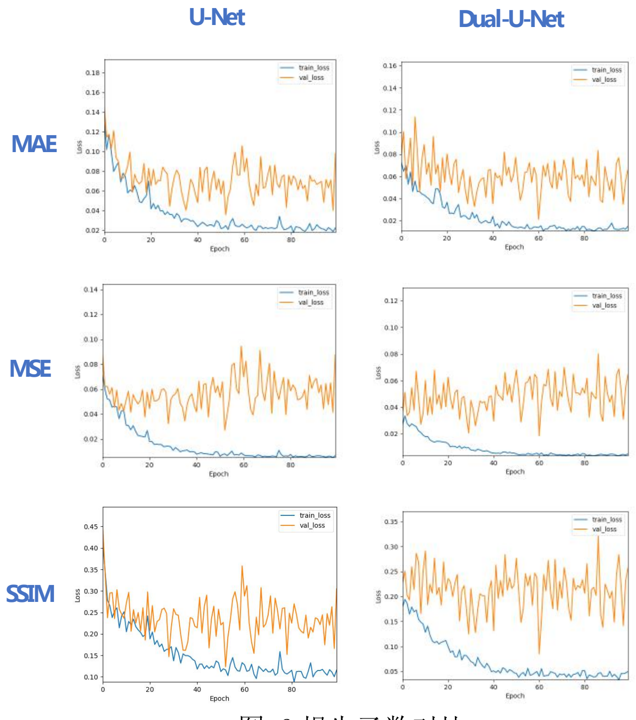


图 6 损失函数对比

4.3　3 种工业梁结构数据集评价效果

在三种工业结构梁上，对比 Double-Unet 和 Unet 在两种分辨率下的预测效果如 4 所示，在 random 数据集上，已经证明了 SSIM 损失函数的优秀的性能，为了实验公平，我们直接采用 SSIM 损失函数。在三种结构梁的两种不同分辨率数据上，DoubleUnet 相较于 Unet 在训练集，验证集，测试集，均取得了最好的效果。在 Cantilever 数据 32*64 和 64*128 分辨率中，测试精度分别为 96.57%和 96.85%。在 Continuous 数据 32*64 和 64*128 分辨率中，测试精度分别为 96.30%和 96.40%。在 Simply 数据 32*64 和 64*128 分辨率中，测试精度分别为 97.47%和 97.30%。从不同的分辨率实验结果分析可知，DoubleUnet 模型预测精度几乎不受影响，不同分辨率的预测误差在 1%以内，具有良好的鲁棒性。

Table6　3 种工业梁不同模型对比

Training Dtail		IOU		
Dataset	Model	Train	Val	Test
Cantilever (32*64)	Unet	98.72	95.89	95.80
	Ours	**99.36**	**96.69**	**96.57**
Cantilever (64*128)	Unet	98.09	95.15	95.10
	Ours	**99.24**	**96.85**	**96.85**
Continuous (32*64)	Unet	97.99	95.37	95.31
	Ours	**99.52**	**96.29**	**96.30**
Continuous (64*128)	Unet	97.83	94.77	94.78
	Ours	**99.49**	**96.31**	**96.40**
Continuous (32*64)	Unet	99.28	96.58	96.79
	Ours	**99.65**	**97.29**	**97.47**
Simply (64*128)	Unet	98.68	96.02	96.03
	Ours	**99.44**	**97.26**	**97.30**

4.4 4 种结构数据在不同分辨率下预测效果

我们给出了 4 种结构 2 种分辨率下的 DouhleUnet 模型部分预测效果图，将预测结果与相应的真实拓扑优化结构进行了对比，如图 8 所示。通过比较每组图像，我们可以观察到 Double-Unet 在测试集上表现出色，并且能够有效地预测具有 4 种不同结构 2 种分辨率的数据集，与真实的拓扑优化结构非常接近。这更加突出了所提出的 DoubleUnet 模型在拓扑优化领域的有效性。实验结果表明，DoubleUnet 在 4 种不同结构 2 种分辨率的数据集上都取得了出色的表现

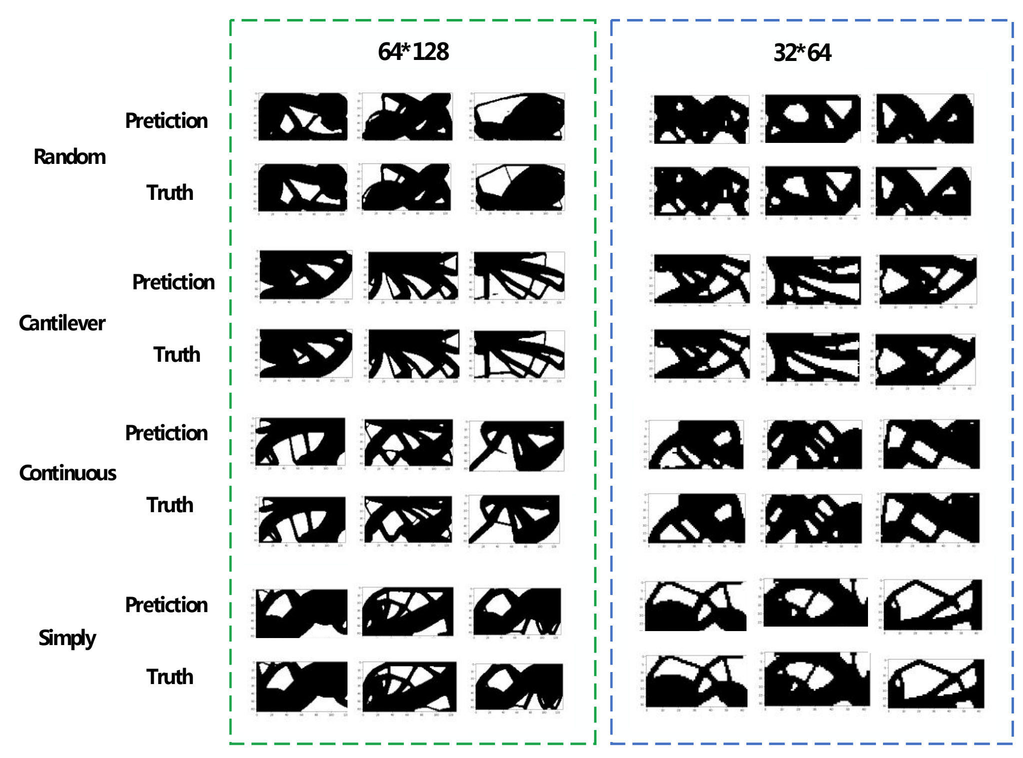


图 8 不同分辨率预测效果图

4.4 泛化能力测试

深度学习方法用于解决拓扑优化问题有一个明显的缺点，即训练的神经网络模型仅适用于特定的边界条件。当边界条件发生变化时，预测效果会显著下降。因此，我们对所提出的模型的泛化能力进行了分析。据作者所知，这是首次探讨神经网络应用拓扑优化领域的泛化能力时，使用 4 种不同数据训练的模型在 4 种数据集上进行分析，结果表 7 所示。

高分辨率的数据集可以更好体现模型的性能，因此在 64*128 分辨率的数据下进行测试，我们使用在 4 种结构数据集下训练的模型去测试这 4 种结构数据集的预测精度，为了探讨泛化能力，我们更加注重已训练的模型在其他数据集上的表现。根据实验结果分析，可见使用 Random 结构数据集训练的模型泛化能力最好，在其他 3 种结构梁数据集上都表现优秀，平均精度为 92.7%，而其他三种结构梁数据训练的模型仅在相同结构数据集上表现优异，而在另外 3 种结构数据集上表现一般，悬臂梁，连续梁，简支梁分别在不同于自己结构数据集上取得的平均精度为 87.81%，89.91%，88.49%。相较于 random 数据集训练的模型测试精度平均低 4%，证明了使用 random 结构数据集训练可以获得优秀的泛化能力，在大型工程实时结构优化中具有巨大的应用潜力。

Table7 泛化能力测试

Test Dataset / Trained Model	Random	Cantilever	Continuous	Simply
Random(Ours)	**93.14**	91.68	92.90	93.22
Cantilever(Ours)	87.15	**96.79**	88.11	88.18
Continuous(Ours)	89.81	87.59	**96.40**	92.34
Simply(Ours)	88.59	86.27	90.62	**97.30**

4.5 高质量预测结构评价及数量

在拓扑优化领域中，对于预测的结构追求高质量，使其能够真正应用，因此研究了在 64*128 高分辨率下，不同 IOU 指标区域下各个结构测试集的质量情况，具体结果见图 9。每个结构测试集包含 5000 个样本，我们对预测的效果进行的分析，通常情况下，IOU 值低于 0.7，其预测质量较差，预测结构大部分都不符合真实结构。而在我们提出 DoubleUnet 模型下，IOU 低于 0.7 的低质量预测结构占比非常少，仅占所有结构的 0.1%。在 IOU 值为 0.7-0.9 范围内，我们暂且认为是一般的质量预测效果，预测的大部分都符合真实结构，但是细节部分预测较差，其占所有结构的 7.53%，而 IOU>0.9 可以认为是高质量预测结构，预测的结构与真实拓扑结构相似，细节也能成功预测，其中高质量预测结构占很大的比例，占所有结构数量的 92.34%，该不同质量拓扑优化结构的数量占比，更加有效的验证 DoubleUnet 的高质量预测效果。

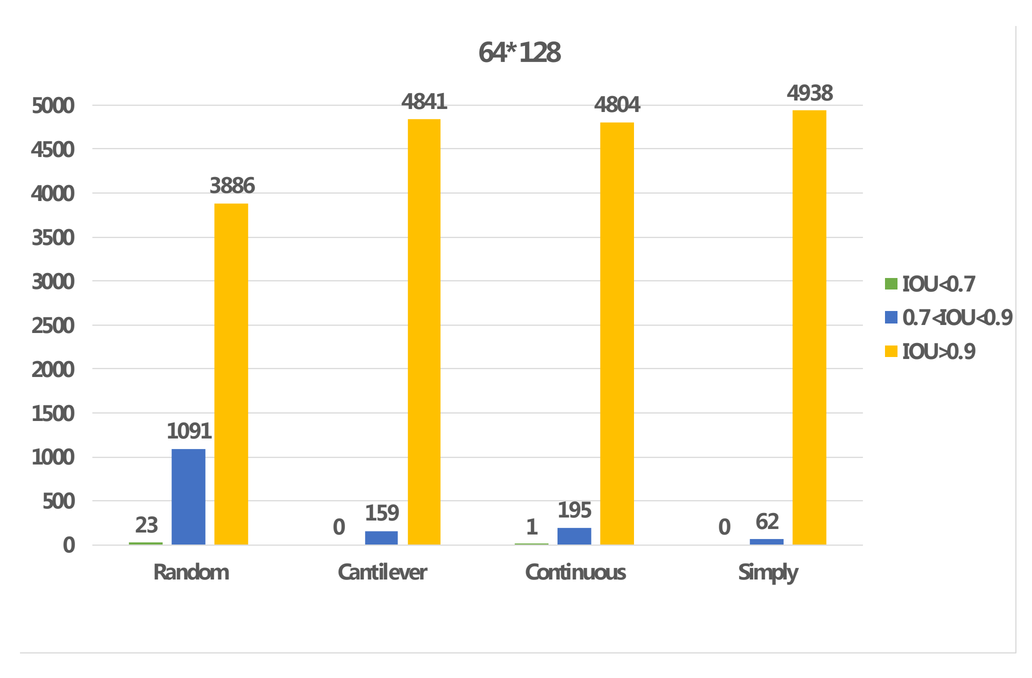


图 9 不同质量的拓扑优化结构数量

5. 结论

我们在随机结构，悬臂梁，连续梁，简支梁这 4 种边界条件下生成了共 40W 个 2D 数据集。每种结构各有 10W 个数据集，低分辨率和高分辨率数据各占一半。这是目前开放数据集中种类最多，数量最多的拓扑优化数据集。提出了一种改进

的 Double-U-Net 卷积神经网络模型，将网络第一个编码器和解码器替换为预训练 U-Net 编码，解码模块，可以更好的提取到数据的特征，实现精确和实时的拓扑优化设计。在 4 种边界条件数据集上，都取得很好的效果，相较于 Unet 取得了 1%-2%的性能提升。探讨了模型的泛化能力，并证明了使用 random 结构数据集训练可以获得优秀的泛化能力，在大型工程实时结构优化中具有巨大的应用潜力。我们首次将 SSIM 损失应用拓扑优化，取得了最好的效果。因为拓扑优化结构需要高精确结果，我们还提出一种预测结构的质量评价，并探讨不同数据不同质量结构的数量。

目前，我们的研究聚焦于 2D 拓扑优化领域。在未来的工作中，我们需要更注重拓扑优化领域的实际应用，生成 3D 拓扑优化训练数据，并收集足够数量、高质量的数据作为数据集。我们也面临一些挑战，即需要大量的计算资源。此外，为了提高深度学习在实时优化中的泛化能力，我们还需要获得不同结构的 3D 拓扑优化数据，以实现实时的 3D 拓扑优化。我们在 2D 领域积累的经验为实现智能化、精细化和真实化的 3D 拓扑优化提供了创新思路和有益参考。

参考文献：

[1] MICHELL A G M J T L, EDINBURGH,, MAGAZINE D P, SCIENCE J O. LVIII. The limits of economy of material in frame-structures [J]. 1904, 8(47): 589-97.

[2] BENDSøE M P, SIGMUND O. Topology optimization [M]. Optimization of Structural and Mechanical Systems. World Scientific. 2007: 161-94.

[3] SIGMUND O, MAUTE K. Topology optimization approaches [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2013, 48(6): 1031-55.

[4] DBOUK T J A T E. A review about the engineering design of optimal heat transfer systems using topology optimization [J]. 2017, 112: 841-54.

[5] HUANG X, ZHOU S, XIE Y, et al. Topology optimization of microstructures of cellular materials and composites for macrostructures [J]. 2013, 67: 397-407.

[6] ZHU J-H, ZHANG W-H, XIA L J A O C M I E. Topology optimization in aircraft and aerospace structures design [J]. 2016, 23: 595-622.

[7] BENDSøE M P. Optimal shape design as a material distribution problem [J]. Structural optimization, 1989, 1(4): 193-202.

[8] ZHOU M, ROZVANY G I N. The COC algorithm, Part II: Topological, geometrical and generalized shape optimization [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1991, 89(1): 309-36.

[9] BENDSøE M, KIKUCHI N J C M I A M, ENGINEERING. Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method [J]. 1988, 71(2): 197-224.

[10] ALLAIRE G, JOUVE F, TOADER A-M. A level-set method for shape optimization [J]. Comptes Rendus Mathematique, 2002, 334(12): 1125-30.

[11] WANG M Y, WANG X, GUO D J C M I A M, et al. A level set method for structural topology optimization [J]. 2003, 192(1-2): 227-46.

[12] XIE Y M, STEVEN G P J C, STRUCTURES. A simple evolutionary procedure for structural optimization [J]. 1993, 49(5): 885-96.
[13] DOAN Q H, LEE D, LEE J, et al. Multi-material structural topology optimization with decision making of stiffness design criteria [J]. 2020, 45: 101098.
[14] GUO X, ZHANG W, ZHONG W J J O A M. Doing topology optimization explicitly and geometrically—a new moving morphable components based framework [J]. 2014, 81(8).
[15] ZHU J, ZHANG W, BECKERS P. Integrated layout design of multi-component system [J]. 2009, 78(6): 631-51.
[16] DEGERTEKIN S O, LAMBERTI L, UGUR I B J A S C. Discrete sizing/layout/topology optimization of truss structures with an advanced Jaya algorithm [J]. 2019, 79: 363-90.
[17] LIAO Z, ZHANG Y, WANG Y, et al. A triple acceleration method for topology optimization [J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019, 60(2): 727-44.
[18] LI W, SURYANARAYANA P, PAULINO G H J M R C. Accelerated fixed-point formulation of topology optimization: Application to compliance minimization problems [J]. 2020, 103: 103469.
[19] JANG I G, KWAK B M. Evolutionary topology optimization using design space adjustment based on fixed grid [J]. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 2006, 66(11): 1817-40.
[20] SOSNOVIK I, OSELEDETS I J R J O N A, MODELLING M. Neural networks for topology optimization [J]. 2019, 34(4): 215-23.
[21] ZHENG S, HE Z, LIU H. Generating three-dimensional structural topologies via a U-Net convolutional neural network [J]. Thin-Walled Structures, 2021, 159: 107263.
[22] RONNEBERGER O, FISCHER P, BROX T. U-Net: Convolutional Networks for Biomedical Image Segmentation; proceedings of the Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention - MICCAI 2015, Cham, F 2015//, 2015 [C]. Springer International Publishing.
[23] WANG D, XIANG C, PAN Y, et al. A deep convolutional neural network for topology optimization with perceptible generalization ability [J]. Engineering Optimization, 2022, 54(6): 973-88.
[24] ZHANG L, CHENG L, LI H, et al. Hierarchical deep-learning neural networks: finite elements and beyond [J]. 2021, 67: 207-30.
[25] DENG H, TO A C. A Parametric Level Set Method for Topology Optimization Based on Deep Neural Network [J]. Journal of Mechanical Design, 2021, 143(9).
[26] LI J, YE H, YUAN B, et al. Cross-resolution topology optimization for geometrical non-linearity by using deep learning [J]. 2022, 65(4): -.
[27] YU Y, HUR T, JUNG J, et al. Deep learning for determining a near-optimal topological design without any iteration [J]. 2019, 59(3): 787-99.
[28] WANG Y, SOUTIS C, ANDO D, et al. Application of deep neural network learning in composites design [J]. European Journal of Materials, 2022, 2(1): 117-70.
[29] YAN J, ZHANG Q, XU Q, et al. Deep learning driven real time topology optimisation based on initial stress learning [J]. Advanced Engineering Informatics, 2022, 51: 101472.
[30] SEO J, KAPANIA R K J S, OPTIMIZATION M. Topology optimization with advanced CNN using mapped physics-based data [J]. 2023, 66(1): 1-20.
[31] ZHOU Z, RAHMAN SIDDIQUEE M M, TAJBAKHSH N, et al. UNet++: A Nested U-Net Architecture for Medical Image Segmentation; proceedings of the Deep Learning in Medical Image Analysis and Multimodal Learning for Clinical Decision Support, Cham, F 2018//, 2018 [C]. Springer International Publishing.

[32] ATES G C, GORGULUARSLAN R M J S, OPTIMIZATION M. Two-stage convolutional encoder-decoder network to improve the performance and reliability of deep learning models for topology optimization [J]. 2021, 63(4): 1927-50.
[33] NIE Z, LIN T, JIANG H, et al. TopologyGAN: Topology Optimization Using Generative Adversarial Networks Based on Physical Fields Over the Initial Domain [J]. Journal of Mechanical Design, 2021, 143(3).
[34] WANG L, SHI D, ZHANG B, et al. Deep learning driven real time topology optimization based on improved convolutional block attention (Cba-U-Net) model [J]. Engineering Analysis with Boundary Elements, 2023, 147: 112-24.
[35] JEONG H, BAI J, BATUWATTA-GAMAGE C P, et al. A Physics-Informed Neural Network-based Topology Optimization (PINNTO) framework for structural optimization [J]. Engineering Structures, 2023, 278: 115484.
[36] BEHZADI M M, ILIEŞ H T. GANTL: Toward Practical and Real-Time Topology Optimization With Conditional Generative Adversarial Networks and Transfer Learning [J]. Journal of Mechanical Design, 2021, 144(2).
[37] HUNTER W, OTHERS. ToPy - Topology optimization with Python [J]. GitHub repository, 2017.
[38] JHA D, RIEGLER M, JOHANSEN D, et al. DoubleU-Net: A Deep Convolutional Neural Network for Medical Image Segmentation [M]. 2020.
[39] CHEN L-C, PAPANDREOU G, SCHROFF F, et al. Rethinking atrous convolution for semantic image segmentation [J]. 2017.

(通讯作者：阳爱民　E-mail：amyang@gdut.edu.cn)
(通讯作者：林江豪　E-mail：lin_hao@foxmail.com)

作者贡献声明：

李　顺：提出研究思路，设计研究方案，数据的获取，进行实验，论文起草；
白期风：提供研究思路，数据的获取；
林楠铠：提供研究思路，数据的获取；
曾培健：提供研究思路，数据的获取；
阳爱民：提供研究思路，论文起草；
林江豪：论文最终版本修订。